

[Total No. of Pages : 4]

BSMAT-SN301

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, DECEMBER - 2023

MATHEMATICS

Abstract Algebra

(Semester-III) (New Regulation)

(w.e.f. 2020-2021 Admitted Batch)

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

SECTION - A

(5 × 5 = 25)

Answer any FIVE questions. Each question carries 5 marks.

1. Prove that the Cancellation laws hold in a group.

ఒక సమూహములో కొట్టివేత న్యాయాలు ఉంటాయని నిరూపించండి.

2. In a group G if $a \in G$, Then prove that $o(a) = o(a^{-1})$.

సమూహము G లో $a \in G$ అయితే $o(a) = o(a^{-1})$ అని నిరూపించండి.

3. If H is any subgroup of Group G , then prove $H^{-1} = H$.

ఒక సమూహము G లో H ఉపసమూహము అయితే $H^{-1} = H$ అని నిరూపించండి.

4. Prove that any two left (right) cosets of a subgroup are either disjoint or identical.

ఒక ఉపసమూహము యొక్క ఏదైనా రెండు ఎడమ (కుడి) సహ సమితులైనా వియుక్తాలు లేదా సమానాలు అని నిరూపించండి.

S-1922

[1]

[P.T.O.]

BSMAT-SN301

5. Prove that every homomorphic image of an abelian group is abelian.
ఎబీలియన్ సమూహము సమరూపత ప్రతిబింబము ఎబీలియన్ సమూహము అని నిరూపించండి.
6. If G is a group and H is a subgroup of index 2 in G then Prove that H is a normal subgroup of G .
 G యొక్క సమూహము మరియు G లో H ఉపసమూహము, H యొక్క సూచిక 2 అయితే G లో H అభిలంబ ఉపసమూహము అని చూపండి.
7. Prove that every cyclic group is an abelian group.
ప్రతి చక్రీయ సమూహము ఎబీలియన్ సమూహము అవుతుందని నిరూపించండి.
8. Prove that the field has no zero divisons.
క్షేత్రానికి శూన్య భాజకాలు ఉండవు అని నిరూపించండి.

SECTION - B

(5×10=50)

Answer All questions. Each question carries 10 marks.

9. a) Show that the set Q^* of all positive rational numbers forms an abelian group under the composition defined by 'o' such that $a \circ b = ab/3$, $a, b \in Q^*$.
ధన అకరణీయ సంఖ్య సమితి Q^* దానిపై 'o' పరిక్రియ $a, b \in Q^*$ కు $a \circ b = ab/3$ గా నిర్వచిస్తే, Q^* ఎబీలియన్ సమూహాన్ని ఏర్పరుస్తుందని చూపండి.

OR

S-1922

[2]

BSMAT-SN301

- b) Show that n^{th} roots of unity form an abelian group under multiplication.
1 యొక్క n వ మూలాల సమితి గుణకారం దృష్ట్యా ఎబీలియన్ సమూహము అవుతుందని చూపండి.
10. a) Prove that the union of two subgroups of a group is a subgroup if and only if one is contained in other.
ఒక సమూహములో రెండు ఉపసమూహాల సమ్మేళనము, ఆ సమూహములో ఉపసమూహము కావలెనన్న ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమము ఒకటి ఇంకొక దానిలో ఉపసమితి అని చూపండి.

OR

- b) State and prove Lagrange's theorem.
లేగ్రాంజి సిద్ధాంతాన్ని వ్రాసి మరియు నిరూపించండి.
11. a) If M, N are two normal subgroups of G such that $M \cap N = \{e\}$. Then show that every element of M commutes with every element of N .
 G లో M, N లు $M \cap N = \{e\}$ అయ్యేటట్లు అభిలంబ ఉపసమూహములు అయితే M లోని ప్రతి మూలకము N లోని ప్రతి మూలకములతో వినిమయము అవుతుందని చూపండి.

OR

- b) State and prove Fundamental theorem on Homomorphism of groups.
సమూహముల యొక్క ప్రాథమిక సమరూపతా సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించండి.

S-1922

[3]

[P.T.O.]



BSMAT-SN301

12. a) Prove that every subgroup of Cyclic group is cyclic.

చక్రీయ సమూహము యొక్క ప్రతి ఉపసమూహము చక్రీయమని నిరూపించండి.

OR

- b) State and prove Cayley's theorem.

కెయిలీ సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించండి.

13. a) Prove that the characteristic of an integral domain is either prime or zero.

ఒక పూర్ణాంక ప్రదేశము యొక్క లాక్షణికము సున్నా లేదా ప్రధాన సంఖ్య అగునని నిరూపించండి.

OR

- b) Prove that $\mathbb{Z}$ is a principal ideal ring.

$\mathbb{Z}$ ఒక ప్రధాన ఆదర్శ వలయము అని నిరూపించండి.

