B.Sc. DEGREE EXAMINATION, JUNE - 2023

(SIXTH SEMESTER) (CBCS Pattern)

MATHEMATICS

Multiple Integrals and Applications of Vector Calculus

(w.e.f. 2020-2021 Admitted Batch)

S-VI

**Time : 3 hours** **Max. Marks : 75**

## SECTION - A (5 × 2 = 10)

Very short answer questions

Answer **all** questions

1. Evaluate $\iint x^2 y\,dy\,dx$ over [1,2; 1,3].

   $\iint x^2 y\,dy\,dx$ ను [1, 2; 1, 3] పై గణించండి.

2. Change rectangular coordinates $(x,y,z)$ to cylindrical coordinates $(p,\phi,z)$ in Triple integral.

   తృతీయ సమాకలనంలో దీర్ఘచతురస్రాకార నిరూపకాలు $(x,y,z)$ ను స్థూపాకార నిరూపకాలు $(p,\phi,z)$ లోకి మార్చండి.

3. Show that curl $\bar{r}=0$.

   Curl $\bar{r}=0$ అని నిరూపించండి.

4. Find $\int F.dr$ where $F = xy\bar{i} + yz\bar{j} + zx\bar{k}$ over the curve $c$ is $r = ti + t^2j + t^2k$ $t$ varying from $-1$ to 1.

$F = xy\bar{i} + yz\bar{j} + zx\bar{k}$ అయిన $t=-1$ నుండి 1 అయినప్పుడు

$r = ti + t^2j + t^2k$ అయిన $c$ అనే వక్రం పై $\int F.dr$ విలువను కనుగొనుము.

5. State Green's theorem in a plane.

తలంపై గ్రీన్ సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించండి.

**SECTION - B** **(5 × 5 = 25)**

Answer any **Five** questions

6. Evaluate $\int_c (xydx + yzdy + zxdz)$ where $c$ is $x = t, y = t^2, z = t^3$, $t$ varying from $-1$ to $+1$.

$c$ అనే వక్రం $x = t, y = t^2, z = t^3$ $-1 \le t < 1$ అయినప్పుడు

$\int_c (xydx + yzdy + zxdz)$ ని గణన చేయండి.

7. Change the order of integration and evaluate $\int_0^1 \int_1^{e^x} dy\, dx$.

సమాకలన క్రమాన్ని మార్చి తద్వారా $\int_0^1 \int_1^{e^x} dy\, dx$ ని గణన చేయండి.



BSMAT - SN601

8. Evaluate $\iint_E xy(x+y)\, dxdy$ where 'E' is the region bounded by $y = x^2$ and $y = x$.

$y = x^2, y = x$ ల మధ్య ఇమిడి ఉన్న ఆవరణం 'E' పై $\iint_E xy(x+y)\, dxdy$ ని గణించండి.

9. Find the angle between the surfaces $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ and $x^2 + y^2 - z = 3$ at $(2, -1, 2)$.

$x^2 + y^2 + z^2 = 9$ మరియు $x^2 + y^2 - z = 3$ తలాల మధ్య $(2, -1, 2)$ బిందువు వద్ద కోణాన్ని కనుక్కోండి.

10. If $A = 2xz^2i - yzj + 3xz^3k$ and $\phi = x^2yz$, find $\nabla \times (\phi A)$ at $(1, 1, 1)$.

$A = 2xz^2i - yzj + 3xz^3k$ మరియు $\phi = x^2yz$ అయిన $(1, 1, 1)$ బిందువు వద్ద $\nabla \times (\phi A)$ కనుగొనుము.

11. If $A = ti - t^2j + (t-1)k$, $B = 2t^2i + 6tk$, find

a) $\int_0^2 (A.B)\, dt$

b) $\int_0^2 (A \times B)\, dt$

$A = ti - t^2j + (t-1)k$, $B = 2t^2i + 6tk$, అయిన

a) $\int_0^2 (A.B)\, dt$ b) $\int_0^2 (A \times B)\, dt$ కనుగొనుము.

12. Evaluate $\int_c F.dr$ where $c$ is the curve given by the arc of the parabola $y = x^2$ from $(0, 0)$ to $(1,1)$ when $F = x^2y^2i + y^2j$.

$F = x^2y^2i + y^2j$ మరియు $y = x^2$ పరావలయంతో $(0, 0)$ నుంచి $(1,1)$ వరకు $\int_c F.dr$ విలువను కనుగొనుము.

13. Prove by Stoke's theorem curl grad $\phi = 0$.

స్టోక్స్ సిద్ధాంతంను ఉపయోగించి curl grad $\phi = 0$ అని నిరూపించండి.

## SECTION - C (5 × 8 = 40)

Answer **All** the questions

14. a) Evaluate $\int_0^\infty \int_0^x xe^{-x^2/y}\, dydx$ by changing the order of integration.

$\int_0^\infty \int_0^x xe^{-x^2/y}\, dydx$ సమాకలనలోని సమాకలన క్రమాన్ని మార్చి, గణనం చేయండి

OR

b) Evaluate $\int_c (y^2dx - x^2dy)$ along the triangle with vertices (1, 0) (0, 1) (–1, 0).

(1, 0) (0, 1) (–1, 0) శీర్షాలుగా గల త్రికోణంపై $\int_c (y^2dx - x^2dy)$ ని గణించండి





15. a) Find $\iiint (x^2 + y^2 + z^2)\, dxdydz$ taken over the volume enclosed by the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

$x^2 + y^2 + z^2 = 1$ గోళం యొక్క పరిమాణం యొక్క పరివేష్టిత అయిన $\iiint (x^2 + y^2 + z^2)\, dxdydz$ విలువను కనుగొనుము.

OR

b) Evaluate $\int_0^1 \int_0^2 \int_0^1 x^2yz\, dxdydz$ గణించండి.

16. a) If $\bar{r} = x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k}$ and $\phi = \log r$ where $r = |\bar{r}|$ then show that $i\frac{\partial\phi}{\partial x} + j\frac{\partial\phi}{\partial y} + k\frac{\partial\phi}{\partial z} = \frac{\bar{r}}{r^2}$.

$\bar{r} = x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k}$ మరియు $\phi = \log r$ అయినప్పుడు $r = |\bar{r}|$ అయిన $i\frac{\partial\phi}{\partial x} + j\frac{\partial\phi}{\partial y} + k\frac{\partial\phi}{\partial z} = \frac{\bar{r}}{r^2}$ అని చూపండి

OR

b) If $\bar{a}$ is a constant vector then show that $\text{curl}\left(\frac{\bar{a} \times \bar{r}}{r^3}\right) = \frac{-\bar{a}}{r^3} + \frac{3\bar{r}}{r^5}(\bar{a}.\bar{r})$.

$\bar{a}$ ఒక స్థిర సదిశ అయితే, $\text{curl}\left(\frac{\bar{a} \times \bar{r}}{r^3}\right) = \frac{-\bar{a}}{r^3} + \frac{3\bar{r}}{r^5}(\bar{a}.\bar{r})$ అని చూపండి

17. a) If $\overline{F}=(x^2+y^2)\overline{i}-2xy\overline{j}$, then evaluate $\oint_c \overline{F}.\overline{dr}$ where the curve '$c$' is the rectangle in the $xy$-plane bounded by $y=0, y=b, x=0, x=a$.

$\overline{F}=(x^2+y^2)\overline{i}-2xy\overline{j}$, $c$ అయితే $xy$-తలంలో $y=0$, $y=b$, $x=0, x=a$ రేఖలతో పరిబద్ధమైన దీర్ఘచతురస్రం అయితే $\oint_c \overline{F}.\overline{dr}$ ను గణించండి

OR

b) If $\overline{F}=(2x^2-3z)\overline{i}-2xy\overline{j}-4x\overline{k}$, then evaluate $\iiint\limits_V \Delta\times\overline{F}dV$ where 'V' is the closed region bounded by the planes $x=0, y=0, z=0$ and $2x+2y+z=4$.

$\overline{F}=(2x^2-3z)\overline{i}-2xy\overline{j}-4x\overline{k}$, 'V'అనేది సమతలాలు $x=0$, $y=0, z=0, 2x+2y+z=4$ లతో పరిబద్ధమైన సంవృత ఆవరణము అయితే, అప్పుడు $\iiint\limits_V \Delta\times\overline{F}dV$ ను గణించండి.

18. a) State and prove Gauss Divergence theorem.

గాస్ అవసరణ సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించండి.

OR





b) Verify Green's theorem in the plane for $\int_c (3x^2-8y^2)dx+(4y-6xy)dy$ where $c$ is the boundary of the region defined by $x=0, y=0, x+y=1$.

$c$ అనే ప్రాంతం సీమస్థలాన్ని $x=0, y=0, x+y=1$ గా నిర్వచించినప్పుడు $\int_c (3x^2-8y^2)dx+(4y-6xy)dy$ కి సమతలంలో గ్రీన్ సిద్ధాంతాన్ని సరిచూడండి

***