

BSMAT - SN602

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, JUNE - 2023
(SIXTH SEMESTER) (CBCS Pattern)

MATHEMATICS

Integral Transformations with Applications

(w.e.f. 2020-21 Admitted Batch)

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

SECTION - A

(5 × 2 = 10)

Very short answer questions

1. Find $L\{t^3 + 2t^2 - 4t + 6\}$ కనుగొనుము.

2. Evaluate $L\{t \cos at\}$ మూల్యాంఖనం చేయండి.

3. By using Laplace transform solve $\frac{dy}{dt} + y = 1$ given that $y = 2$ where $t = 0$.

$t = 0$ అయితే $y = 2$ అని ఇచ్చిన, లాప్లాస్ పరివర్తనమును ఉపయోగించి

$\frac{dy}{dt} + y = 1$ ను సాధించండి.

S-904

[1]

[P.T.O.]

4. Find $L^{-1}\left\{\frac{2p+1}{p(p+1)}\right\}$ కనుగొనుము.

5. State Fourier Integral theorem.

ఫోరియర్ సమాకలన సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించండి.

SECTION - B

(5 × 5 = 25)

Answer any Five questions, each carries 5 marks

6. Prove that $L(\sin at) = \frac{a}{p^2 + a^2}$

$L(\sin at) = \frac{a}{p^2 + a^2}$ అని నిరూపించండి.

7. State and prove Second Shifting theorem.

రెండవ మార్పుల సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించండి.

8. Find $L\{te^{-2t} \cos 3t\}$ ను కనుగొనుము.

S-904

[2]

9. Find $L\left(\frac{1 - \cos t}{t^2}\right)$ ను కనుగొనుము.

10. Find $L^{-1}\left(\frac{4p+5}{(p-1)^2(p+2)}\right)$ by using partial fractions.

పాక్షిక భిన్నాలను ఉపయోగించి $L^{-1}\left(\frac{4p+5}{(p-1)^2(p+2)}\right)$ ను కనుక్కోండి.

11. Find $L^{-1}\left(\frac{1}{p^2(p^2 + a^2)}\right)$ ను కనుక్కోండి.

12. Solve the Laplace transform of $(D^2 - 3D + 2)y = 1 - e^{2t}$ if $y = 1, Dy = 0$ when $t = 0$.

$t = 0$ అయినప్పుడు $Dy = 0, y = 1$ అయితే $(D^2 - 3D + 2)y = 1 - e^{2t}$ అవకలన సమీకరణమును లాప్లాస్ పరివర్తనమును ఉపయోగించి సాధించుము.

13. Find the Fourier Cosine transform of $f(x) = e^{-x^2}$.

$f(x) = e^{-x^2}$ నకు ఫోరియర్ కొస్సైన్ పరివర్తనమును కనుక్కోండి.

S-904

[3]

[P.T.O.]

Answer All the questions

14. a) Using the expansion $\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$

show that $L\{\sin \sqrt{t}\} = \frac{\sqrt{\pi}}{2p^{3/2}} e^{-1/4p}$.

$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$ విస్తరణను ఉపయోగించి

$L\{\sin \sqrt{t}\} = \frac{\sqrt{\pi}}{2p^{3/2}} e^{-1/4p}$ అని చూపండి.

OR

- b) If $L\{F(t)\} = \frac{p^2 - p + 1}{(2p+1)^2(p-1)}$ then find $L\{F(2t)\}$.

$L\{F(t)\} = \frac{p^2 - p + 1}{(2p+1)^2(p-1)}$ అయిన $L\{F(2t)\}$ ను కనుగొనుము.

15. a) Find :

i) $L\left\{\frac{\sin 3t \cos t}{t}\right\}$

ii) $L\left\{\int_0^t e^{-t} \cos ht dt\right\}$ అను కనుక్కోండి.

OR

- b) Show that :

i) $L\{J_0(t)\} = \frac{1}{\sqrt{1+p^2}}$ అని చూపండి.

ii) $\int_0^\infty \frac{e^{-3t} - e^{-6t}}{t} dt = \log 2$ అని చూపండి.

16. a) State and prove convolution theorem.

కన్వల్యూషన్ సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించండి

OR

b) Find $L^{-1}\left(\frac{6}{2p-3} - \frac{3+4p}{9p^2-16} + \frac{8-6p}{16p^2+9}\right)$ ను కనుక్కోండి.

17. a) Solve $(D^2 + 1)y = \sin t \sin 2t, t > 0$ if $y = 1, Dy = 0$ when $t = 0$.

$t = 0$ అయినప్పుడు $y = 1, Dy = 0$ అయిన

$(D^2 + 1)y = \sin t \sin 2t, t > 0$ సమీకరణమును సాధించండి.

OR

- b) Solve $F'(t) = t + \int_0^t F(t-u) \cos u \, du, F(0) = u$ ను సాధించండి

18. a) Find the Fourier transform of $f(x) = \begin{cases} 1-x^2, & |x| < 1 \\ 0 & , |x| > 1 \end{cases}$

and hence evaluate $\int_0^\infty \left(\frac{x \cos x - \sin x}{x^3} \right) \cos \frac{x}{2} dx$.

$f(x) = \begin{cases} 1-x^2, & |x| < 1 \\ 0 & , |x| > 1 \end{cases}$ నకు ఫోరియర్ పరివర్తనమును కనుగొని తద్వారా

$\int_0^\infty \left(\frac{x \cos x - \sin x}{x^3} \right) \cos \frac{x}{2} dx$ ను సాధించండి

OR

- b) Find the Fourier sine transform of

$f(x) = \frac{1}{x^2(a^2 + x^2)}$ and deduce the cosine transform

of $\frac{1}{x^2 + a^2}$.

$f(x) = \frac{1}{x^2(a^2 + x^2)}$ నకు ఫోరియర్ సైన్ పరివర్తనను కనుగొని దాని నుండి

$\frac{1}{x^2 + a^2}$ నకు కొస్సైన్ పరివర్తనమును రాబట్టండి.

