BSMAT-SN502

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, JANUARY - 2024

MATHEMATICS

Integral Transformations with Applications

(Semester - V) (CBCS Pattern) (Regular)

(w.e.f. 2020-21 Admitted Batch)

Time : 3 Hours **Max. Marks : 75**

SECTION - A

Very short answer questions : (5 × 2 = 10)

1. Find $L\left\{\left(t^2+1\right)^2\right\}$ కనుగొనుము.

2. Find $L\{t\cos at\}$ మూల్యాంకనం చేయండి.

3. Find $L^{-1}\left(\frac{2P+1}{P(P+1)}\right)$ కనుగొనుము.

4. By using Laplace transform, solve $\frac{dy}{dt}+y=1$ given that $y=2$ where $t=0$.

$t = 0$ అయితే $y = 2$ అని ఇచ్చిన, లాప్లాస్ పరివర్తనమును ఉపయోగించి $\frac{dy}{dt} + y = 1$ ను సాధించండి.

5. State Fourier Integral theorem.

ఫోరియర్ సమాకలన సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించండి.

SECTION - B

Answer any Five questions. Each question carries 5 marks.(5×5=25)

6. Find $L\{\cos^3(3t)\}$ ను కనుగొనుము.

7. State and prove second shiftings theorem.

రెండవ మార్పుల సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించుము.

8. Find $L\left\{\left(1+te^{-t}\right)^3\right\}$ ను కనుగొనుము.

9. Find $L\left\{\frac{e^{-at}-e^{-bt}}{t}\right\}$ ను కనుగొనుము.

10. Find $L^{-1}\left(\frac{2p^2-6p+11}{p^3-6p^2+11p-6}\right)$ ను కనుగొనుము.

11. Find $L^{-1}\left(\frac{1}{p^2\left(p^2+a^2\right)}\right)$ ను కనుగొనుము.

12. Find the Fourier cosine transform of $f(x)=e^{-x^2}$.

$f(x)=e^{-x^2}$ నకు ఫోరియర్ కొసైన్ పరివర్తనమును కనుగొనండి.

13. Solve the Laplace transform of $(D^2-3D+2)y = 1-e^{2t}$ if $y=1$, $Dy=0$ when $t=0$.

$t=0$ అయినప్పుడు $Dy=0, y=1$ అయితే $(D^2-3D+2)y=1-e^{2t}$ అవకలన సమీకరణమును లాప్లాస్ పరివర్తనమును ఉపయోగించి సాధించుము.

SECTION - C

Answer all the questions (5 × 8 = 40)

14. a) Using the expansion $\sin x = x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\frac{x^7}{7!}+\ldots\ldots$ show that $L(\sin\sqrt{t}) = \frac{\sqrt{\pi}}{2p^{3/2}}e^{-1/4p}$.

$\sin x = x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\frac{x^7}{7!}+\ldots\ldots$ విస్తరణను ఉపయోగించి $L(\sin\sqrt{t}) = \frac{\sqrt{\pi}}{2p^{3/2}}e^{-1/4p}$ అని చూపండి.

OR

BSMAT-SN502

b) Find $L\{F(t)\}$ if $F(t)=\begin{cases}0 & 0<1<t\\ t & 1<t<2\\ 0 & t>2\end{cases}$.

$F(t)=\begin{cases}0 & 0<1<t\\ t & 1<t<2\\ 0 & t>2\end{cases}$ అయిన $L\{F(t)\}$ ను కనుగొనుము.

15. a) Show that

i) $\int_0^{\infty}\frac{e^{-3t}-e^{-6t}}{t}\,dt = \log 2$

ii) $L\{J_0(t)\} = \frac{1}{\sqrt{1+p^2}}$ అని చూపండి.

OR

b) State and prove initial value theorem.

ప్రారంభ విలువ సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించుము.

16. a) Find $L^{-1}\left(\frac{1}{(P+1)^2(P^2+4)}\right)$ ను కనుగొనుము.

OR

b) State and prove convolution theorem.

కన్వోల్యూషన్ సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించుము.

17. a) Solve $(D^2+3D+2)y=0$; $y=y_0$ and $Dy=y_1$ at $t=0$.

$t=0$ వద్ద $y=y_0$ మరియు $Dy=y_1$ అయితే సమీకరణము $(D^2+3D+2)y=0$ ను సాధించండి.

OR

b) Solve $F'(t)=t+\int_0^t F(t-u)\cos u\,du$, $F(0)=u$ ను సాధించండి.

18. a) Find the Fourier sin transform of $\frac{e^{-ax}}{x}$ and hence deduce that $\int_0^\infty \frac{e^{-ax}-e^{-bx}}{x}\sin px\,dx=\tan^{-1}\frac{P}{a}-\tan^{-1}\frac{P}{b}$.

$\frac{e^{-ax}}{x}$ నకు ఫోరియర్ సైన్ పరివర్తనమును కనుగొని దాని నుండి $\int_0^\infty \frac{e^{-ax}-e^{-bx}}{x}\sin px\,dx=\tan^{-1}\frac{P}{a}-\tan^{-1}\frac{P}{b}$ అని రాబట్టండి.

OR

b) S.T. $\int_0^\infty \frac{x^2}{(x^2+1)^2}dx=\frac{\pi}{4}$ అని చూపండి.

x x x