

BSMAT-MJ303
B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOV./DEC. - 2024
MATHEMATICS
Laplace Transforms & Problem Solving Sessions
(Semester - III) (Major)
(w.e.f. 2023 - 2024 Admitted Batch)

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

SECTION - A

Answer any Five of the following questions. (5×5=25)

1. Find $L\{(\sin t + \cos t)^2\}$.

$L\{(\sin t + \cos t)^2\}$ ను కనుక్కోండి.

2. Find $L\{F(t)\}$ if $F(t) = \begin{cases} 4, & 0 < t < 1 \\ 3, & t > 1 \end{cases}$

$F(t) = \begin{cases} 4, & 0 < t < 1 \\ 3, & t > 1 \end{cases}$ అయితే $L\{F(t)\}$ ను కనుక్కోండి.

3. If $L\{F(t)\} = f(p)$ then prove that $L\{e^{at} F(t)\} = f(p - a)$, $p - a > 0$.

$L\{F(t)\} = f(p)$ అయితే $L\{e^{at} F(t)\} = f(p - a)$, $p - a > 0$ అని నిరూపించండి.

4. Find $L\{\sin^2(at)\}$ using change of scale property.

స్కేలు పరివర్తన నియమాన్ని ఉపయోగించి $L\{\sin^2(at)\}$ ను కనుక్కోండి.

5. Evaluate $L\{t \sin at\}$.

$L\{t \sin at\}$ ను గణించండి.

SA-844

[1]

[P.T.O.]

BSMAT-MJ303

6. Find $L \left\{ \frac{\sin at}{t} \right\}$.

$L \left\{ \frac{\sin at}{t} \right\}$ ను కనుక్కోండి.

7. Find the inverse Laplace transforms of $\frac{2p+1}{p(p+1)}$.

$\frac{2p+1}{p(p+1)}$ యొక్క విలోమ లాప్లాస్ పరివర్తనను కనుక్కోండి.

8. Find $L^{-1} \left\{ \log \left(1 + \frac{1}{p^2} \right) \right\}$.

$L^{-1} \left\{ \log \left(1 + \frac{1}{p^2} \right) \right\}$ ను కనుక్కోండి.

SECTION - B

Answer All of the following questions.

(5×10=50)

9. a) Find

i) $L\{7e^{2t} + 9e^{-2t} + 5\cos t + 7t^3 + 5\sin 3t + 2\}$

ii) $L\{(t^2 + 1)^2\}$

i) $L\{7e^{2t} + 9e^{-2t} + 5\cos t + 7t^3 + 5\sin 3t + 2\}$

ii) $L\{(t^2 + 1)^2\}$ ను కనుక్కోండి.

OR

SA-844

[2]

BSMAT-MJ303

b) Find the Laplace transform of $F(t)$ defined as

$$F(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < 2 \\ 2, & 2 < t < 4 \\ 3, & 4 < t < 6 \\ 0, & t > 6 \end{cases}$$

$$F(t) \text{ ను } F(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < 2 \\ 2, & 2 < t < 4 \\ 3, & 4 < t < 6 \\ 0, & t > 6 \end{cases} \text{ గా నిర్వచించబడిన } F(t) \text{ యొక్క}$$

లాప్లాస్ పరివర్తనను కనుక్కోండి.

10. a) Find

i) $L\{e^{-t} \cos 2t\}$

ii) $L\{e^{-3t}(2\cos 5t - 3\sin 5t)\}$

i) $L\{e^{-t} \cos 2t\}$

ii) $L\{e^{-3t}(2\cos 5t - 3\sin 5t)\}$ లను కనుక్కోండి.

OR

b) State and prove initial value theorem.

ఆది విలువ సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి మరియు నిరూపించండి.

11. a) If $L\{F(t)\} = f(p)$ then prove that

$$L\left\{\int_0^t f(u) du\right\} = \frac{1}{p} f(p).$$

$$L\{F(t)\} = f(p) \text{ అయితే } L\left\{\int_0^t f(u) du\right\} = \frac{1}{p} f(p) \text{ అని}$$

నిరూపించండి.

OR

b) Find $L\{(t^2 - 3t + 2)\sin 3t\}$.

$L\{(t^2 - 3t + 2)\sin 3t\}$ ను కనుక్కోండి.

[P.T.O.]

BSMAT-MJ303

12. a) Find $L^{-1} \left\{ \frac{p^2 + p - 2}{p(p+3)(p-2)} \right\}$.

$L^{-1} \left\{ \frac{p^2 + p - 2}{p(p+3)(p-2)} \right\}$ ను కనుక్కోండి.

OR

b) If $L^{-1} \left\{ \frac{p}{(p^2 + 1)^2} \right\} = \frac{1}{2} t \sin t$ then find $L^{-1} \left\{ \frac{8p}{(4p^2 + 1)^2} \right\}$.

$L^{-1} \left\{ \frac{p}{(p^2 + 1)^2} \right\} = \frac{1}{2} t \sin t$ అయితే $L^{-1} \left\{ \frac{8p}{(4p^2 + 1)^2} \right\}$ ను కనుక్కోండి.

13. a) Apply convolution theorem to evaluate $L^{-1} \left\{ \frac{1}{(p-2)(p+2)^2} \right\}$.

కాన్వోల్యూషన్ సిద్ధాంతాన్ని వర్తింపజేసి $L^{-1} \left\{ \frac{1}{(p-2)(p+2)^2} \right\}$ ను గణించండి.

OR

b) Using Heaviside's expansion formula, to find $L^{-1} \left\{ \frac{3p+1}{(p-1)(p^2+1)} \right\}$.

హెవిసైడ్ విస్తరణ సూత్రాన్ని ఉపయోగించి $L^{-1} \left\{ \frac{3p+1}{(p-1)(p^2+1)} \right\}$ ను కనుక్కోండి.

XXXX

[4]