BSMAT-SN501

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER - 2024
MATHEMATICS
Multiple integrals and Applications of Vector Calculus
(Semester - V) (Regular) (CBCS Pattern)

(w.e.f. 2020 - 2021 Admitted Batch)

Time : 3 Hour **Max. Marks : 75**

SECTION - A

Very short Answer questions Answer All questions.

(5 × 2= 10)

1. Evaluate $\int_0^1\int_0^1 \frac{dx\,dy}{\sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2}}$ ను గణించండి.

2. Evaluate $\int_0^1\int_0^{1-x}\int_0^{1-x-y} \frac{dx\,dy\,dz}{(x+y+z+1)^3}$ ను గణించండి.

3. Show that a vector function f is constant if and only if $\frac{df}{dt}=0$.

   సదిశ ప్రమేయము f స్థిరము కావటానికి ఆవశ్యక ప్రర్యాప్త నియమం $\frac{df}{dt}=0$ అని చూపండి.

4. Find grad ϕ at (1, 1, –2) where $\phi = x^3 + y^3 + 3xyz$.

   కనుగొనుము.

5. Prove that for any closed surface S, $\iint_S \mathrm{N}ds = 0$ ను నిరూపించండి.

SECTION - B

Answer any Five of the following. **(5×5=25)**

6. Evaluate $\iint e^{2x+3y}dx\,dy$ over the triangle bounded by $x=0, y=0$.

   $x = 0, y = 0$ అనే త్రికోణంచే పరిబద్ధమైన వైశాల్యం దృష్ట్యా $\iint e^{2x+3y}dx\,dy$ ను గణించండి.

7. Use a triple integral to find the volume V of the solid inside the cylinder $x^2+y^2=25$ and between the planes $z=2$ and $x+z=8$

   $z=2$ మరియు $x+z=8$ తలాల మధ్య $x^2+y^2=25$ స్థూపం యొక్క అంతర ఘనం యొక్క ఘనపరిమాణం V ను త్రిసమాకలని ఉపయోగించి గణించండి.

8. If $\overline{A}=5t^2+t\,\overline{j}-t^3\overline{k}$ and $\overline{B}=\sin t\,\overline{i}-\cos t\overline{j}$, then find $\frac{d}{dt}(\overline{A}.\overline{B})$ and $\frac{d}{dt}(\overline{A}\times\overline{B})$

$\overline{A}=5t^2+t\,\overline{j}-t^3\overline{k}$ మరియు $\overline{B}=\sin t\,\overline{i}-\cos t\overline{j}$, అయిన $\frac{d}{dt}(\overline{A}.\overline{B})$ మరియు $\frac{d}{dt}(\overline{A}\times\overline{B})$ లను కనుక్కోండి.

9. Evaluate $\int_c [3xy\,dx-y^2dy]$ where C is the curve $y=2x^2$ in the XY–plane from (0,0) to (1,2)

(0,0) నుంచి (1,2) వరకు XY తలంలో $y=2x^2$ వక్రం అయినప్పుడు $\int_c [3xy\,dx-y^2dy]$ ని గణించండి.

10. Find div $\overline{f}$ and curl $\overline{f}$ where $\overline{f}=\text{grad}\,(x^3+y^3+z^3-3xyz)$

$\overline{f}=\text{grad}\,(x^3+y^3+z^3-3xyz)$ అయితే div $\overline{f}$ మరియు curl $\overline{f}$ లను కనుగొనుము.

11. Find by double integration the area lying between the parabola $y=4x-x^2$ and the line $y=x$

ద్విసమాకలని ద్వారా $y=4x-x^2$ పరావలయానికి మరియు $y=x$ సరళ రేఖకు మధ్య నుండే ప్రాంతం (వైశాల్యం) ను కనుక్కోండి.

12. Find the unit tangent vector at any point on the curve $x = a\,\text{cos}t, y = a\,\text{sin}t, z = bt$.

$x = a\,\text{cos}t, y = a\,\text{sin}t, z = bt$ వక్రం పై నుండే ఏబిందువు వద్దనైనా యూనిట్ స్పర్శీయ సదిశను కనుక్కోండి.

13. Evaluate $\oint_C (3x+4y)dx+(2x-3y)dy$, by Green's theorem where C is a circle $x^2+y^2=4$.

C అనేది $x^2 + y^2 = 4$ వృత్తం అయినప్పుడు, గ్రీన్ సిద్ధాంతాన్ని ఉపయోగించి $\oint_C (3x+4y)dx+(2x-3y)dy$, ను గణించండి.

SECTION - C (5 × 8 = 40)

Answer All questions Each question carries 8 marks.

14. a) Evaluate $\iint (x+y)^2\,dx\,dy$ where R is the region bounded by the ellipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ అనే దీర్ఘవృత్తంచే పరిబద్ధమైన వైశాల్యం దృష్ట్యా $\iint (x+y)^2\,dx\,dy$ ను గణించండి.

OR

b) Change the order of integration and evaluate

$$\int_0^a \int_y^a \frac{x}{x^2+y^2}\,dx\,dy$$

సమాకలన క్రమాన్ని మార్చి తద్వారా $\int_0^a \int_y^a \frac{x}{x^2+y^2}\,dx\,dy$ ను

గణించండి.

15. a) Evaluate $\iiint (x^2+y^2+z^2)\,dx\,dy\,dz$ where v is the volume of the cube bounded by the co-ordinate planes $x=y=z=a$

$x=y=z=a$ నిరూపక తలాలచే పరిబద్ధమైన ఘనం యొక్క ఘనపరిమాణం v ను $\iiint (x^2+y^2+z^2)\,dx\,dy\,dz$ సమాకలనం చేయడం ద్వారా గణించండి.

OR

b) Evaluate $\int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 x^2yz\,dx\,dy\,dz$ ను గణించండి

16. a) Prove that curl

(A×B)=A div B – B divA+(B·∇)A–(A·∇)B

Curl (A×B)=A div B–B divA+(B·∇) A– (A·∇)B అని నిరూపించండి.

OR

b) Show that $\nabla^2 r^n = n(n+1)r^{n-2}$ అని చూపండి.

17. a) If $\overline{F} = (x^2 + y^2)\,\overline{i} - 2xy\overline{j}$, then evaluate $\oint_C \overline{F}\cdot d\overline{r}$ where the curve 'C' is the rectangle in the xy-plane bounded by $y = 0, y = b, x = 0, x = a$

$\overline{F} = (x^2 + y^2)\,\overline{i} - 2xy\overline{j}$, 'C' అనేది xy-తలంలో $y = 0$, $y = b, x = 0, x = a$ రేఖలతో పరిబద్ధమైన దీర్ఘ చతురస్రం అయితే $\oint_C \overline{F}\cdot d\overline{r}$ ను గణించండి.

OR

b) If $\overline{F} = 4xz\,\overline{i} - y^2\overline{j} + yz\,\overline{k}$, evaluate $\int_S \overline{F}\cdot\hat{\overline{N}}\,ds$ where S is the surface of the cube bounded by $x = 0, x = a$; $y = 0, y = a$; $z = 0, z = a$

$\overline{F} = 4xz\,\overline{i} - y^2\overline{j} + yz\,\overline{k}$, $x = 0, x = a$; $y = 0, y = a$; $z = 0$, $z = a$ ల తో పరిబద్ధమైన ఘనం యొక్క తలం S అయినప్పుడు $\int_S \overline{F}\cdot\hat{\overline{N}}\,ds$ ను గణించండి.

18. a) State and prove Gauss divergence theorem.

గాస్-అవసరణ సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి నిరూపించండి.

OR

b) Verify stokes theorem for $\overline{F} = (2x-y)\,\overline{i} - yz^2\,\overline{j} - y^2z\,\overline{k}$, where S is the upper half surface $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ and 'C' is its boundary

S అనేది $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ గోళం యొక్క పై సగభాగపు ఉపరితలం 'C' దాని సరిహద్దు రేఖ అయినప్పుడు $\overline{F} = (2x-y)\,\overline{i} - yz^2\,\overline{j} - y^2z\,\overline{k}$, నకు స్టోక్స్ సిద్ధాంతాన్ని సరిచూడండి.

XXXX